

SDC y Fractales Grupo 8F1T, 2013/2014	1 ^{er} Apellido: _____	04/06/2014	
	2 ^o Apellido: _____	Tiempo: 1 h	
Dpto. Matemática Aplicada Facultad de Informática Universidad Politécnica de Madrid	Nombre: _____ Número de matrícula: <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin: 0 5px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin: 0 5px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin: 0 5px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin: 0 5px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin: 0 5px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin: 0 5px;"></div>	Calificación: <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 80px; height: 40px; vertical-align: middle;"></div>	

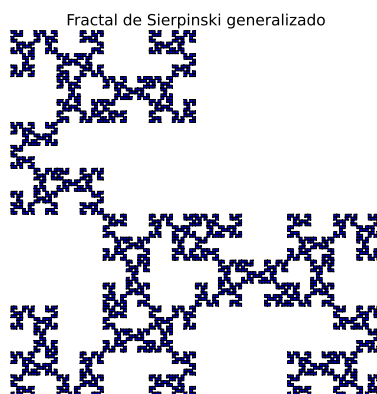
Examen final de Fractales

1. (a) La curva de Koch: construcción y propiedades.
(b) La curva de Koch es una curva geométrica muy rígida para poder ser utilizada en la realidad como modelo de costas o fronteras. ¿Qué factores aleatorios se pueden introducir en su construcción para poder ser utilizada como modelo real de dichos elementos de la naturaleza?

2. Sea $E \subset [0, 1]$ el conjunto de todos los números reales cuya expansión en base 5 no contiene cifras impares.
(a) Haz los primeros pasos de la construcción del conjunto E .
(b) ¿Es el conjunto E un fractal autosemejante? En caso afirmativo, halla sus semejanzas asociadas y dimensión de autosemejanza.

3. (a) Define los conceptos de *aplicación contractiva*, *sistema de funciones iteradas* y *atractor* asociado. ¿En qué condiciones existe el atractor asociado a un sistema de funciones iteradas?
(b) Describe el algoritmo aleatorio justificando cómo se deben elegir las probabilidades.

4. (a) Encuentra un sistema de funciones iteradas cuyo atractor sea el fractal de la figura.



- (b) ¿Es un fractal autosemejante? En caso afirmativo, halla su dimensión de autosemejanza.

Soluciones

① Consultar apuntes de clase.

②

E es autosemejante

$$\begin{cases} \varphi_1(x) = \frac{x}{5} \\ \varphi_2(x) = \frac{x+2}{5} \\ \varphi_3(x) = \frac{x+4}{5} \end{cases}$$

$$3\left(\frac{1}{5}\right)^S = 1 \Rightarrow S = \frac{\log 3}{\log 5} \text{ (dimensión de autosemejanza)}$$

③ Consultar apuntes de clase.

④

φ_3	L
φ_1	φ_2

$$\varphi_1(x, y) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \end{pmatrix} = \left(-\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}x \right)$$

giro 90°

$$\varphi_2(x, y) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \left(-\frac{1}{2}x + 1, -\frac{1}{2}y + \frac{1}{2} \right)$$

giro 180°

$$\varphi_3(x, y) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \left(\frac{1}{2}x, -\frac{1}{2}y + 1 \right)$$

Simetría eje x

	a	b	c	d	e	f
φ_1	0	-0.5	0.5	0	0.5	0
φ_2	-0.5	0	0	-0.5	1	0.5
φ_3	0.5	0	0	-0.5	0	1

Es autosemejante con

dimensión:

$$3\left(\frac{1}{2}\right)^S = 1 \Rightarrow S = \frac{\log 3}{\log 2}$$